Слабые аттракторы и теория Ляпунова

д.т.н., проф. **Иван Юрьевич Тюкин**

Сколковский институт науки и технологий, Москва

Методы анализа асимптотических и качественных свойств решений нелинейных дифференциальных уравнений являются одним из фундаментальных оснований современного математического моделирования. Концепция устойчивости по Ляпунова и репертуар соответствующих методов по праву занимают центральное место в этом основании. Применение теории Ляпунова позволяет устанавливать асимптотические свойства решений без непосредственного интегрирования исходных дифференциальных уравнений. Как исторически, так и методологически этот подход наиболее применим к случаям, когда интересующие движения притягиваются к некоторым инвариантным множествам, орбитам или положениям равновесия. Такие движения, как правило, хорошо согласуются с понятием устойчивости по Ляпунову. Однако многие важные явления хорошо моделируются и описываются решениями, которые притягиваются к определённым областям фазового пространства системы или приближаются к ним, но при этом сами решения и соответствующие области не удовлетворяют классическому определению устойчивости по Ляпунову.

Примером служит положение равновесия, являющееся одновременно аттрактором и репеллером, бассейн притяжения которого имеет положительную меру Лебега. Такие положения равновесия называют слабыми аттракторами в смысле Милнора. Малые возмущения таких равновесий могут приводить к длительным переходным процессам или к возникновению аттракторов-призраков. Последнее свойство – существенное для понимания и моделирования процессов в экологии, биологии, эволюции и химической кинетике. Поскольку эти движения не являются устойчивыми по Ляпунову, традиционный аналитический аппарат, основанный на методе Ляпунова, неприменим для их выявления и описания. В лекции будет представлен обзор критериев Ляпуновского типа для анализа слабой притягиваемости неустойчивых положений равновесия в системах нелинейных автономных обыкновенных дифференциальных уравнений. Будут рассмотрены примеры математического моделирования метастабильных процессов, эволюции и кинетики, а также приложение к задачам оценивания параметров систем нелинейных ОДУ с нелинейной зависимостью от параметров.